

摘藻堂四庫全書薈要

子部

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精蘊下編卷二

詳校官主事_臣陳木

欽定四庫全書薈要卷一萬八百二十五

子部

御製數理精蘊下編卷二

首部二

命分

約分

通分

命分

凡歸除分至最細而可以恰盡無餘者謂之無竒零數若分至最細而屢除不盡者謂之有竒零數其竒零若略去之則不能復還原數此命分之所以立也其法命為分母分子分母者即除數也分子者即除不盡之數也凡不盡之數得分母中之幾分者即命為幾分之幾是以命分之一法正所以濟歸除之所不逮也

設如有銀十一兩命三人分之問每人得若干

法以三人分銀十一兩每人得銀三兩仍餘二兩
所餘二兩再以三人分之每人得六錢六分六釐
六豪如是每得六而仍餘二數不盡故立命分法
以三人為分母所餘二兩為分子命為每人得三
兩又三分兩之二蓋將每兩剖作三分其所餘二
兩則共剖作六分三人分之每人得二分故命為
三分兩之二也如因三分兩之二求知原銀數則
以三人與分子二分相乘得六分蓋每人得二分
則三人共得六分也以六分用分母三分歸之得

二兩蓋初分一兩為三分故終收三分為一兩也
再加入三人所得整數共九兩一人三兩三人共得九兩則得
十一兩以合原數也

設如有銀一百八十七兩命十八人分之間每人得若干

法以十八入分銀一百八十七兩每人得銀十兩
仍餘七兩分之不盡則以十八人為分母所餘七
兩為分子命為每人得一十兩又十八分兩之七
蓋將每兩剖作十八分其所餘七兩則共剖作一

百二十六分十八人分之每人得七分故命為十
八分兩之七也如因十八分兩之七求知原銀數
則以十八人與分子七分相乘得一百二十六分
蓋每人得七分則十八人共得一百二十六分也
以一百二十六分用分母十八分歸之得七兩蓋
初分一兩為十八分故終收十八分為一兩也再
加入十八人所得整數共一百八十兩一人十兩
十八人共
得一百
八十兩則得一百八十七兩以合原數也

約分

約分者以所命之分約之以就整分也蓋命分是隨其數之多寡全而紀之而約分則即其多寡之數從而約之以求簡易焉其法以分子分母兩數輾轉相減務期減餘兩數相同是為度盡兩數之一數乃以此數為一分以除分母得幾分者即約分母為幾分又除分子得幾分者即約為分母幾分中之幾凡諸法中有帶分者皆由約法而得故設例於此所以明帶分之根也

設如古歷歲實命為三百六十五日又一百分日之二十五今以法約之求相當最小數

法置日分一百以餘分二十五減之餘七十五分再
再以二十五減之餘五十分再以二十五減之亦
餘二十五分兩數齊等即以相等之數二十五轉
除日分一百得四即為四分又以二十五除餘分
二十五得一即為一分乃百分日之二十五約為
四分之一是歲實共得三百六十五日又四分日
之一也

蓋將一日割作四分而得共四分之一也

凡約分法以分母分

子相減必得相等之數然後用之蓋因此數可以度盡分母又可以度盡分子故也今以相等之數二十五為一分則日分一百有四倍二十五故為四分而餘分二十五又恰足一分之數故為一分一百與二十五之比即同於四與一之比是四與一即一百與二十五之相當最小數也凡分母分子輾轉相減不得相等之數終減至於一是分母分子俱無一數可以度盡之數即不用約分用命分誌之可也

設如有銀二百一十兩命一百四十七人分之每人
得銀一兩仍餘六十三兩不盡以法約之求相當
最小數

法置一百四十七人以餘銀六十三減之餘八十
四再以六十三減之餘二十一又置六十三轉以
二十一減之

因減數大於原數又不得兩
數齊等故以二十一轉減之

餘四十

二再以二十一減之亦餘二十一則兩數齊等即
以相等之數二十一轉除一百四十七人得七即
為七分又以二十一除銀六十三兩得三即為三

分乃一百四十七人分餘銀六十三兩約為七分

之三是每人得銀一兩又七分兩之三也

蓋將每兩剖作

七分而得其七分之二也

此法以一百四十七人與六十三兩

輾轉相減得相等之數二十一是一可以度
盡一百四十七人又可以度盡六十三兩故也既
以二十一為一分則一百四十七有七倍二十一
故為七分六十三有三倍二十一故為三分一百
四十七與六十三之比即同於七與三之比是七
與三即一百四十七與六十三之相當最小數也

通分

凡奇零數目不以十遞析者難以立算則用通分如斤通為兩宮通為度度通為分之類是也又有整數而帶零分者則必通之以從其類如化整為零收零作整之類是也或有零分而分母不同者則必通之以同其母如互乘之類是也通分之法立然後奇零數目得以歸有餘齊不足而帶分之法皆根於此故為另設加減乘除之法以明其義焉

加法

凡奇零數相加兩分母同者即併兩分子為得數若
相加之數大於母數則於所得數內減去母數為一
整數紀其餘為零數

設如有九分丈之七

一文分為九分
而得其七分也

與九分丈之五

一文分為九分
而得其五分也

相加求總數

九七

七五二九三
一一二

九五

法以九分之七與九分之五左右列之
將兩分子七與五相加得一十二因子
數大於母數乃於一十二內減去母數
九為一整數餘三為零數即得整數一

九
七

七
五
二
九
三
〇

九
五

丈零九分丈之三為相加之數也此法

因兩分母同為九分而兩分子亦同為

九分中之零分故徑併兩零分之七與

五得一十二又以母數九分收為一丈

蓋初以一丈分為九分今
滿九分即收為一丈也其所餘三亦

仍為九分中之三分故得一丈零九分

丈之三為兩零分之共數此分母相同

之加法也 如以真數明之九分丈之七
是將一丈分為九分得其九

分中之七分一丈分為九分則每一分
得二尺一寸一分一釐有餘九分中之

七分則為七尺七寸七分七釐有餘也
九分中之五分則為五尺五寸五分五釐有餘也
兩數相加共得一丈零九分三釐
三釐蓋一尺一寸一分一釐有餘既為
九分中之一分則三尺三寸三分三釐
有餘即九分中三分也如以九分除
三分即得三尺三寸三分三釐不盡之
數是九分與一丈之比即同於三分
與三尺三寸三分有餘之比也

凡竒零數相加兩分母不同者則用互乘法以兩分
母相乘為共母數再以前分母乘後分子又以後分
母乘前分子以所得兩子數相加為共子數紀於共
母數之下為共零數

設如有三分丈之二

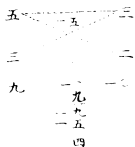
一丈分為三分而得共二分也

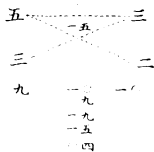
與五分丈之三

一丈分為五分而得共三分也

相加求總數

法以兩分母三五相乘得一十五為共
母數再以前分母三乘後分子三得九
又以後分母五乘前分子二得十將兩
得數相加得十九為共子數因子數大
於母數乃於十九內減去共母數十五
為一整數餘四為零數即得整數一丈
零十五分丈之四為相加之數也此法





用互乘者本為齊其分母也夫以兩分

母相乘得十五者乃以兩分母俱變為

十五分也因分母不同難以相加故變為同等以前分母

三乘後分子三得九者乃以後分子變

為十五分中之九也又以後分母五乘

前分子二得十者是又以前分子亦變

為十五分中之十也蓋十五分之十與

三分之二其比例等俱為五倍比例而十五分

之九與五分之三其比例亦等俱為三倍比例

四分與二尺六寸
六分有餘之比也

又或分母不同而可以加減之使同者則變而同之
可省互乘

設如有八分兩之一與十二分兩之三相加求總數

法以十二分之三變為八分之二則與

八分之一兩分母相同故徑併兩分子

二與一得三即八分兩之三為相加之

數也此法將十二分之三變為八分之

二者乃分母分子各減三分之一也母

八
二

二
三

八
一

八	八
一	二
	二
	二

數十二減三分之一餘八子數三減三

分之一餘二蓋十二分之三與八分之

二其比例相等故變從簡易如數有參

差者則當用下節之法如以真數明之

將一兩分為八分其一分即一錢二分

五釐也又十二分兩之三是將一兩分

為十二分其三分為二錢五分今變為

八分兩之二是將一兩分為八分其二

分亦為二錢五分也兩數相加共得三

錢七分五釐即八分中之一分今三錢七

分五釐即八分中之三分也如以八分

除三分即得三錢七分五釐是六分與

一兩之比即同於三分與三錢七分五

整之
比也

設如有六分石之五與三分石之二相加求總數

如依前法將六分之五折半為三分之
二分半則兩分母雖同而分子却有奇
零若將三分之二加一倍作六分之四
變少從多則與六分之五兩分母相同
乃徑併兩分子五與四得九因子數大
於母數乃於九內減去母數六為一整
數餘三為零數即得整數一石零六分

六
四

四五九六三

六
五

石之三為相加之數也此法三分之二

變為六分之四者乃分母分子各加一

倍之比例也凡變分母分子或加或減

務期所變之分數與原分數比例相同

使其兩分母同而兩分子可併也此條

與上條用加減雖各異而齊其分母以

加之則同也

如以真數明之六分石之五是將石分為六分則

每一分得一斗六升六合六勺六抄六撮有餘今得五分即八斗三升三合三勺三抄三撮有餘也又三分石之二是將一石分為三分其二分為六斗六升

六
四

四五
九六三

六
五

六合六勺六抄六撮有餘今變為六分
石之四是將一石分為六分其四分亦
為六斗六升六合六勺六抄六撮有餘
也兩數相加共得一石四斗九升九合
九勺九抄九撮有餘收為五斗即一石
零六分石之三也蓋六分為一石則三
分即五斗也

凡子母數有三四種相加者其分母分子俱不同則
用互乘以齊其分母按前法加之

三種者以第一數與第二數依前五

乘法相加得數又與第三數依前五乘法相加四種者以第一數第二數互乘相加得數與第三數互乘相加得數復與第四數互乘相加如兩分母相同者即併其兩分子

而與所餘之分母不同者用互乘以加之又或有兩

分母相乘後所得之數與所餘之分母相同者則直以所得之分子與所餘之分子相加為得數即不用互乘矣

設如有三分斤之一又四分之二又五分之三相加求總數



法以前兩分子分母按互乘法相加得

十二分之十

以兩分母三與四相乘得十二為共母數以前

分母三乘後分子二得六又以後分母四乘前分子一得四相加得一十為共

子數是為十乃以十二分之十與第

二
一〇
五〇
六〇
六〇
六〇
六〇
五
三
三六
五
六
二

三子母分用互乘法相加得六十分斤

之八十六

以第三分母五與前兩分母互乘所得之十二相乘得六

十為共母數以前兩分母所得十二乘第三分子三得三十六又以第三分母五乘前兩分子所得十得五十相加得八十六為共子數是為六十分斤之八

十六因子數大於母數乃於共子數八十

六內減去共母數六十為一整數餘二

十六為零數即得一斤零六十分斤之

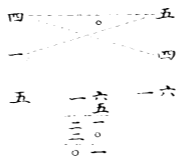
二十六為總數也凡子母分有四種五

種相加者俱做此如以真數明之三分斤之一是將一斤八

為三分其一分即五兩三錢三分三釐有餘也四分斤之二是將一斤分為四分則每一分為四兩今得二分即八兩也五分斤之三是將一斤分為五分則每一分為三兩二錢今得三分即九兩六錢也三數相加共得二十二兩九錢三分三釐有餘內收十六兩為一斤餘六兩九錢三分三釐有餘即六十分斤之二十六也蓋以十六兩分為六十分每分得二錢六分六釐有餘今六兩九錢三分三釐有餘有二十六倍二錢六分六釐有餘即為二十六分也

設如有五分丈之三又四分丈之一又五分丈之一
相加求總數

法因五分丈之三與五分丈之一兩分



母相同故直併其兩分子三與一為五

分丈之四再以五分丈之四與四分丈

之一依互乘法相加得二十分丈之二

十一以前分母五與後分母四相乘得二十為共母數以前分母五乘後

分子一得五又以後分母四乘前分子四得十六相加得二十一是為二十分

丈之二十一因子數大於母數乃於其子數

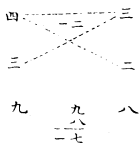
二十一內減去共母數二十為一整數

餘一為零數即得一丈零二十分丈之

一為總數也如以真數明之其五分丈之三即六尺也其四分丈

設如有三分兩之二又四分兩之三又十二分兩之四相加求總數

之一即二尺五寸也其五分丈之一即二尺也三數相加得一大零五寸即一大零二十分丈之一蓋一大分為二十分每分得五寸也



法以三分之二與四分之三用互乘法

相加得十二分兩之十七

以前分母三與後分母四

相乘得十二為共母數以前分母三乘後分子三得九又以後分母四乘前分子二得八相加得十七

是為十二分兩之十七

此所得之十二

分兩之十七與第三分母相同即以前

兩分所得共子十七與後一分子四相

加得二十一為十二分兩之二十一

因子數大於母數乃於共子數二十一

內減去共母數十二為一整數餘九為

零數即得一兩零十二分兩之九為總

數也

如以真數明之共三分兩之二即六錢六分六釐有餘也其四分兩

之三即七錢五分也其十二分兩之四即三錢三分三釐有餘也三數相加得

一兩七錢四分九釐有餘收作七錢五分即一兩零十二分兩之九蓋十二分

兩之九即七錢五分也

一一七

一七
四二二九

一一四

減法

凡奇零數相減兩分母同者即將兩分子相減為餘數

設如有十一分丈之七減十一分丈之五求餘數

七

法以十一分丈之七與十一分丈之五

七五二

左右列之將兩分子五與七相減餘二即得十一分丈之二為餘數也蓋因兩

五

分母同為十一分則兩分子亦同為十一分中之零分故徑將兩分子相減餘

二亦仍為十一分中之二分是以定為

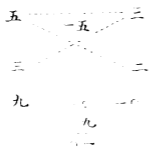
十一分丈之二此分母相同之減法也

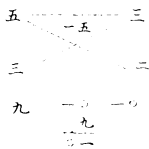
如以真數明之十一分丈之七是將一丈分為十一分則每一分得九寸零九釐零九絲有餘其中之七分即六尺三寸六分三釐六豪三絲有餘也其中之五分即四尺五寸四分五釐四豪五絲有餘也相減餘一尺八寸一分八釐一毫八絲有餘即十一分中之二分也蓋九寸零九釐零九絲有餘為一分則一尺八寸一分八釐一毫八絲有餘即為二分也如以十一分除二分亦得一尺八寸一分八釐一毫八絲不盡之數是十一分與一丈之比即同於二分與一尺八寸一分八釐一毫八絲之比也

凡奇零數相減兩分母不同者則用互乘法以兩分母相乘為共母數再以前分母乘後分子又以後分母乘前分子以所得兩子數相減為餘數

設如有三分丈之二減五分丈之三求餘數

法以兩分母三五相乘得一十五為共母數再以前分母三乘後分子三得九又以後分母五乘前分子二得一十將所得兩分子相減餘一即得十五分丈之一為餘數也此法用互乘齊其分母





將三分丈之二變為十五分丈之十將

五分丈之三變為十五分丈之九兩分

母既同為十五分故兩分子十與九相

減餘一為十五分丈之一也此分母不

同之減法也如兩分母不同可以加減

之使其相同者減之亦如加法中例故

不重設

如以真數明之共三分丈之二即六尺六寸六分六釐有餘也

其五分丈之三即六尺也相減餘六寸

六分六釐有餘即十五分丈之一也蓋

一文分為十五分每一分

得六寸六分六釐不盡也

凡零數與整數相減者即以分子與分母相減為餘數

設如有米一石內減七分石之五求餘數

一
七

七
五二

法以整數一石變為七分為分母與分子互相減餘二即得七分石之二為餘數也蓋將一石分為七分而於此七分內減去五分則所餘即七分石之二此整數中減零數法也

如以真數明之將一石分為七分則

每一分得一斗四升二合八勺五抄七撮有餘共五分即七斗一升四合二勺

八抄五撮有餘也與一石相減餘二斗八升五合七勺一抄四撮有餘即七分石之二也蓋一斗四升二合八勺五抄七撮有餘為一分則二斗八升五合七勺一抄四撮有餘自為二分也

凡整數帶零分相減者將兩零分用互乘法變為同母然後減之

設如有銀八兩零五分兩之四內減五兩零七分兩之三求餘數

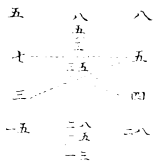
法以八兩之零數五分之四與五兩之零數七分之三用互乘法兩分母七五

八
五
四
八

八
五
三
五
二
八
五
三
一

五
七
三
一
五

相乘得三十五為共母數再以五兩之
分母七乘八兩之分子四得二十八為
八兩所變之子數又以八兩之分母五
乘五兩之分子三得十五為五兩所變
之子數乃以八兩五兩二整數相減餘
三兩以兩子數二十八與十五相減餘
十三即得三兩又三十五分兩之十三
為餘數也蓋既將兩子數變為同母則
八兩者為八兩零三十五分兩之二十



八五兩者為五兩零三十五分兩之十

五分母既同故以子數相減而得餘數

此整數帶零分相減之法也

如以真數明之共八

兩零五分兩之四即八兩八錢也其五

兩零七分兩之三即五兩四錢二分八

釐五豪七絲有餘也相減餘三兩三錢

七分一釐四豪二絲有餘其三兩為整

數其三錢七分一釐四豪二絲有餘即

三十五分中之十三分也蓋將一兩分

為三十五分則每一分得二分八釐五

豪七絲有餘其十三分即三錢七分

釐四豪二

絲有餘也

凡子母數三四種相減者其分母分子俱不同則用

互乘以齊其分母按前法減之如兩分母相同者即將其兩分子相減而與所餘之分母不同者用互乘以減之又或有兩分母相乘後所得之數與所餘之分母相同者則直以所得之分子與所餘之分子相減即得餘數其理與加法同

設如有銅九斤零八分斤之七內減二斤零四分斤之一又減八分斤之三求餘數

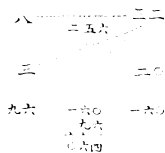
法以九斤內減去二斤餘七斤為整數乃以八分斤之七與四分斤之一用互

九
八
七
二
八

九
三
七
三
二
八
八
三

二
四
一
八

乘法將八分斤之七變為三十二分斤
之二十八將四分斤之一變為三十二
分斤之八兩數相減餘三十二分斤之
二十又以三十二分斤之二十與第三
零數八分斤之三用互乘法將三十二
分斤之二十變為二百五十六分斤之
一百六十將八分斤之三變為二百五
十六分斤之九十六兩數相減餘二百
五十六分斤之六十四合前整數共得



七斤又二百五十六分斤之六十四為
 餘數也如用約法則為七斤零四分斤
 之一蓋二百五十六為四倍六十四今
 以六十四為一分則二百五十六自得
 四分也其餘幾種零分內有兩分母相
 同或兩分母乘出之數與餘一分母相
 同俱照同分母之例減之故不再設或
 零分有四種五種者亦俱倣此此幾種
 零分相減之法也

如以真數明之其九
 斤零八分斤之七即

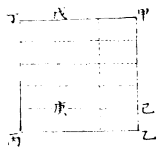
乘法

零分與零分相乘者兩分母兩分子各相乘所得之數即乘出之分也

設如有三分丈之二與五分丈之四相乘問得幾何

法以兩分母三五相乘得十五分為乘出之分母又以兩分子二四相乘得八

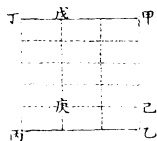
九斤十四兩也內減二斤零四分斤之一是減去二斤四兩又減去八分斤之三足又減去六兩也餘七斤零四兩即七斤零四分之四也蓋一斤分為四分則每一分得四兩今七斤零四兩故謂七斤零四分之四也



五 一五 三

四 八 二

分為乘出之分子即定為十五分丈之
 八為所得之數也今以圖明之如甲乙
 為一丈而甲丁亦為一丈作一甲乙丙
 丁正方形將甲丁分為三分甲乙分為
 五分內共容十五分即共母數乃兩分
 母三與五乘出之數也其甲丁之三分
 之二為甲戊甲乙之五分之四為甲乙
 二數相乘得甲乙庚戊長方形內容八
 分即共子數乃兩分子二與四乘出之



數也甲乙丙丁正方與甲己庚戌長方

相較即知甲己庚戌長方為甲乙丙丁

正方中之十五分之八矣此零分乘零

分之法也

如以真數明之其三分大之二即六尺六寸六分六釐有

餘也其五分丈之四即八尺也相乘得五十三尺三十三寸三十三分三十三釐有餘即十五分丈之八也蓋一丈正方內容百尺分為十五分則每一分得六尺六十六寸六十六分六十六釐有餘今得其八分即五十三尺三十三寸三十三分三十

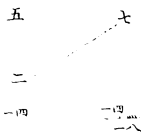
三釐有餘也

零分與整數相乘者分子乘整數而以分母歸之即

所得之數也

設如有七人每人賞銀五分兩之二問共得若干

法以分子二與七人相乘得十四以分母五歸之得二兩八錢即七人共得之數也蓋五分兩之二是一兩分為五分兩得其二分也一人得二分則七人必共得十四分既以一兩分為五分今滿五分收為一兩故以五歸十四得二兩八錢為共數此零分與整數相乘之法



也

整數帶零分與整數乘者先將整數俱通為零分相
乘得數以分母自乘之數除之即得

設如有整數二丈又四分丈之一與八丈相乘問得
幾何

二丈 四 一九

八丈

三三

法以整數二丈用分母四通為八分加
入分子一共得九分又以整數八丈用
分母四通為三十二分乃與九分相乘
得二百八十八分以分母四自乘之一

二九八
三八
三

八 八 八 八
二六八六二二〇
一三一一一〇

十六除之得一十八即定為一丈正方

一十八為所得之數也此法蓋以一丈

通為四分是四四自乘之數始合一丈

自乘之數故一十六者即分母四自乘

之數未乘之先既以四通之故相乘之

後必以四四自乘之數收之乃得真數

此整數帶零分與整數相乘之法也

如

真數明之其二丈又四分丈之一即二丈二尺五寸與八大相乘即得一十八

丈也

整數帶零分與零分乘者先將整數通為零分相乘得數以分母自乘之數除之即得

設如有整數二丈又五分丈之四與零分五分丈之三相乘問得幾何

法以整數二丈用分母五通為十分加入分子四得十四分乃與零分分子三相乘得四十二以分母五自乘之二十五除之得一六八即定為一丈正方一又一尺正方六十八為所得之數也此

二丈
五

四
一四

五
三

四三二
一四

八
六
一五二五七五二二〇
二四二二一〇

法蓋以一丈通為五分是五五自乘之

數始合一丈自乘之數故以二十五除

之又二丈之零分五分之四與所乘之

零分五分之三為同母故用此法如兩

零分分母不同則先將兩零分用互乘

法變為同母然後用所變之分母化整

為零再與彼一零分相乘得數以所變

之分母自乘之數除之即得乘出之數

法見
下節 此整數帶零分與零分相乘之法

也

如以真數明之其二丈又五分丈之四即二丈八尺也其五分丈之三即

六尺也以六尺與二丈八尺相乘即得一丈六十八尺也

整數帶零分與整數帶零分相乘而零分之分母不同者則以兩零分之分母用互乘法齊其數然後各以相同之分母化整為零兩數相乘再以同母自乘之數除之即得

如所帶零分本為同母者可省互乘

設如有長方田闊二丈又四分丈之三長三丈又三分丈之二求積

法以兩分母四三相乘得一十二為共

闊二

四

三九

長三

三

二八

四三二

四三二五

一三四

一一

母數以前分母四乘後分子二得八以

後分母三乘前分子三得九為兩分子

數乃以共母數十二化闊二丈為二十

四分加入分子九得三十三分為闊邊

所變之分數又以共母數十二化長三

丈為三十六分加入分子八得四十四

分為長邊所變之分數爰以闊三十三

分與長四十四分相乘得一千四百五

十二乃以共母數十二自乘之一百四

分之二一分又分為幾分如大分五分之三又帶小分
四分之一一是將大分五分之三之一分又分為四分

而得其一分也
有大小分母俱同者有大小分母俱不同者

有大分母同而小分母不同者有大分母不同而小

分母同者今以一法馭之總以小分母通大分母為

母數又以小分母通大分子加入小分子為子數然

後以所變之兩母數兩子數對乘即得總以小分母通之者蓋小

分母又為大分母之每一分之幾分小分不能使大

大分可以變小使大分母大分子俱變為小分母一
體然後可以相乘乘之即所以通之
也設法中以度數明之其理自顯

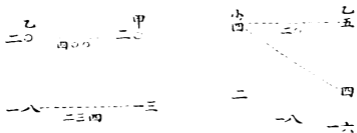
設如有甲數五分丈之三又帶此一分之四分之一

與乙數五分丈之四又帶此一分之四分之二相

乘問得幾何

此大小分母俱同者也

法以甲數小分母四通大分母五得二十仍以小分母四通大分子三得一十二再加入小分子一得一十三共得二十分之十三為甲大小分所變之數又以乙數小分母四通大分母五得二十仍以小分母四通大分子四得一十六再加入小分子二得一十八共得二十



分之十八為乙大小分所變之數然後

以甲所變之分母二十與乙所變之分

母二十相乘得四百分為乘出之分母

又以甲所變之分子十三與乙所變之

分子十八相乘得二百三十四分為乘

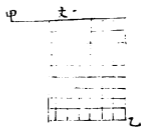
出之分子即定為四百分丈之二百三

十四為所得之數也

此法甲乙之小分母俱為四故將其

大分母之每分亦俱化為四分又將大

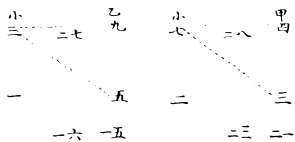
分子之每分亦俱化為四分使大分與
小分之子母一體然後乘之令以度數
明之甲之五分丈之三乃一丈內之六



尺其所帶小分之四分之一乃二尺內
之五寸是甲數共為六尺五寸乙之五
分丈之四乃一丈內之八尺其所帶小
分之四分之二乃二尺內之一尺是乙
數共為九尺六尺五寸與九尺相乘得
五十八尺五十寸是一丈正為一百
尺而得其五十八尺又小餘五寸也
若以分母四乘一百尺得四百分又乘
得數五十八尺五十寸得二百三十四
分故為四百分之二百三十四也若以
尺隨寸命之則五十八尺五十寸又為
五千八百五十寸以大分每一分通為
小分四分則每一千寸分為四分每分
得二百五十寸以二百五十寸歸五千
八百五十寸得二十三寸四分乃四
十分中之二十三又小零分之四分進
而命為丈則為四百
丈之二百三十四也

設如有甲數四分之三又帶此一分之七分之二
 與乙數九分之五又帶此一分之三分之一相
 乘問得幾何

此大小分母
俱不同者也



法以甲數小分母七通大分母四得二
 十八仍以小分母七通大分子三得二
 十一再加入小分子二得二十三共得
 二十八分之二十三為甲大小分所變
 之數又以乙數小分母三通大分母九
 得二十七仍以小分母三通大分子五

乙	甲	小	乙
二七	二八	三	九
七五六		三七	
一六	二三	一	五
三六八		一六	一五

得一十五再加入小分子一得一十六
共得二十七分之一十六為乙大小分
所變之數然後以甲所變之分母二十
八與乙所變之分母二十七相乘得七
百五十六分為乘出之分母又以甲所
變之分子二十三與乙所變之分子一
十六相乘得三百六十八分為乘出之
分子即定為七百五十六分大之三百
六十八為所得之數也

如以真數明之
甲四分大之三

即一丈內之七尺五寸又帶小分七分
之二即二尺五寸內之七寸一分四釐
三豪有餘是甲數共為八尺二寸一分
四釐二豪有餘也乙九分丈之五寸一
丈內之五尺五寸五分五釐五豪有餘
又帶小分三分之一即一尺一寸一分
一釐一豪有餘內之三寸七分零三豪
有餘是乙共為五尺九寸二分五釐九
豪有餘也兩數相乘得四十八尺六寸
七寸六十五分有餘即七百五十六分
丈之三百六十八也如以七百五十六
分除三百六十八分亦得四十八尺六
寸七分六十五分不盡之數蓋七百五
十六分為一百尺則三百六十八分自
得四十八尺六寸七分有餘也

設如有甲數八分丈之三又帶此一分之四分之一

與乙數八分丈之四又帶此一分之六分之五相

乘問得幾何

此大分母同而小分母不同者也

法以甲數小分母四通大分母八得三十二仍以小分母四通大分子三得一十二再加入小分子一得一十三共得三十二分之一十三為甲大小分所變之數又以乙數小分母六通大分母八得四十八仍以小分母六通大分子四得二十四再加入小分子五得二十九



乙 八	甲 三	小 六	乙 八
四	一五三六	五	四
二九	三七七	三	二四

共得四十八分之二十九為乙大小分
 所變之數然後以甲所變之分母三十
 二與乙所變之分母四十八相乘得一
 千五百三十六分為乘出之分母又以
 甲所變之分子十三與乙所變之分子
 二十九相乘得三百七十七分為乘出
 之分子即定為一千五百三十六分之
 三百七十七為所得之數也

如以真
數明之

甲八分丈之三即三尺七寸五分又帶
 此一分之四分之三即三寸一分二釐

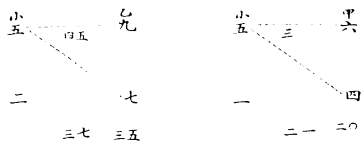
五豪是甲數共為四尺零六分二釐五
 豪也乙八分丈之四即五尺又帶比一
 分之六分之五即一尺零四分一釐六
 豪有餘是乙數共為六尺零四分一釐
 六豪有餘也兩數相乘得二十四尺五
 十四寸四十二分有餘即一千五百三
 十六分丈之三十七也如以一千
 五百三十六分除三百七十七分亦得
 二十四尺五十四寸四分二分不盡之
 數蓋一千五百三十六分為一百尺則
 三百七十七分自得二十四尺
 五十四寸四分二分有餘也

設如有甲數六分丈之四又帶比一分之五分之一

與乙數九分丈之七又帶比一分之五分之二相

乘問得幾何

此大分母不同而小分母同者也



法以甲數小分母五通大分母六得三

十仍以小分母五通大分子四得二十

再加入小分子一得二十一共得三十

分丈之二十一為甲大小分所變之數

又以乙數小分母五通大分母九得四

十五仍以小分母五通大分子七得三

十五再加入小分子二得三十七共得

四十五分之三十七為乙大小分所變

之數然後以甲所變之分母三十與乙

甲
三
—三—
乙
四
五

二
—
七
七
三

所變之分母四十五相乘得一千三百

五十分為乘出之分母又以甲所變之

分子二十一與乙所變之分子三十七

相乘得七百七十七分為乘出之分子

即定為一千三百五十分之七百七十

七為所得之數也

如以真數明之甲六分丈之四即六尺六分丈之三即三丈九寸九分九釐九毫

寸六分六釐六毫有餘又帶此一分之五分之

是甲數共為六尺九寸九分九釐九毫有餘也乙九分丈之七即七尺七寸七

分七釐七毫有餘又帶此一分之五分之二即四寸四分四釐四毫有餘是乙

除法

零分歸除零分者兩分母兩分子各自除之所得之數即除出之分也如有奇零不盡者用互乘法齊之即得分數其比例與除出之法同

數共為八尺二寸二分二釐二豪有餘也兩數相乘得五十七尺五十五寸五十五分有餘即一千三百五十分之七百七十七也如以一千三百五十分除七百七十七分亦得五十七尺五十五寸五十五分不盡之數蓋一千三百五十分為一百尺則七百七十七分得五十七尺五十五寸五分有餘也

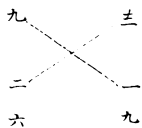
設如有九分丈之二以三分丈之一除之求得幾何

法以九分丈之二為實三分丈之一為
法以法分母三除實分母九得三為除
出之分母又以法分子一除實分子二
仍得二為除出之分子即定為三分丈
之二為所得之數也此法即乘法內兩
分母兩分子各相乘為所得之數者轉
用之耳此零分除零分之法也

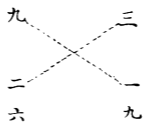
又法以互乘代除以實分母九乘法分

三 三 九

二 二 一



子一得九為除出之分母又以法分母
 三乘實分子二得六為除出之分子共
 得九分丈之六即所求之數也此法與
 前法所得之分母分子之數雖不同而
 理則一前法之三分之二與此法之九
 分之六其比例實同蓋前法以法除實
 其得數為減分之比例此法以兩數互
 乘其得數為加分之比例故九分之六
 即三分之二也但法中不用兩分母相



乘之數省去一層耳如欲明晰其故則

以兩分母九與三相乘得二十七法分

母三與實分子二相乘得六實分母九

與法分子一相乘得九是將三分之一

變為二十七分之九將九分之二變為

二十七分之六其兩分母既等則其兩

分子自成比例故九與六之比即同於

三與二之比九分之六以三約之非三

分之二耶

如以真數明之實九分丈之二為面積即二十二尺二十

二寸二十二分二十二釐有餘也法三分丈之一為邊線即三尺三寸三分三釐有餘也除之得六尺六寸六分六釐有餘即三分丈之二也如以三分除二分亦得六尺六寸六分六釐不盡之數蓋三分為一丈其二分自得六尺六寸六分六釐有餘也

整數歸除零分者分母通整數以除分子即得所求之數

設如有五分丈之三以八丈除之求得幾何

法以分子三為實以分母五通整數八丈得四十為法除之得七寸五分即所

五-----八

四〇

三

$\frac{三}{七五}$

求之數也此法以五分乘八丈者是分
母通整數將每丈俱通為五分也八丈
既通為四十分則五分之三之每一分
即與四十分中之每一分同等然而零
數三分以四十分除之而得七寸五分
者則又為變分為尺寸之比例矣四十
分與一丈之比即同於三分與七寸五
分之比此整數除零分之法也

零分歸除整數者分母通整數而以分子除之即得

所求之數

設如有六丈以三分丈之二除之求得幾何

法以分母三通整數六丈得一十八為
實以分子二為法除之得九丈即所求
之數也此法以三分乘六丈者是将每
丈俱通為三分也六丈既通為十八分
則十八分中之每一分與三分之二之
每一分同等故以分子二除十八得九
丈此零分除整數之法也

三
二
六
一八
九

整數帶零分歸除整數者先將法實之兩整數俱通
為零分而於法中加入分子除之即得

設如有二十四丈以二丈零三分丈之二除之求得
幾何

二丈 三 二八

七九

二丈

〇

〇三

七

法以分母三通二十四丈得七十二為
實又以分母三通二丈得六加入分子
二得八為法除之得九丈即所求之數
也此法以分母三通實二十四丈是將
實之每丈俱化為三分也又以分母三

通法二丈是將法之每丈亦俱化為三分也兩整數俱化為同等則法實一體故法除實而得所求之數也比整數帶零分除整數之法也

整數歸除整數帶零分者先將法實之兩整數俱通為零分而於實中加入分子以法除之即得

設如有二丈零三分丈之二以二十四丈除之求得

幾何

即以前法數目作題者取其易明也

法以分母三通二丈得六加入分子二

四丈 〇
二 〇
七二

二丈 三
二八

一 二八
一 二八七〇
一 二二八七〇
七二七二

得八為實又以分母三通二十四丈得

七十二為法除之得一尺一寸一分不

盡約為九分丈之一即所求之數也此

法以分母三通法實之兩整數者是将

兩整數之每丈俱通為三分也一得七

十二分一得八分以七十二與八之比

即同於九與一之比故約為九分之一

且以七十二除八得一不盡之數

定為一尺一寸一分有餘者蓋七十二

分與一丈之比即同於八分與一尺一寸一分有餘之比也此整數除整數帶零分之法也

整數帶零分歸除零分者先將整數通為零分加入分子除之即得

設如有五分丈之四以三丈零八分丈之一除之求得幾何

法以五分丈之四為實以法之分母八通三丈得二十四加入分子一得二十

三丈

一
二五

〇

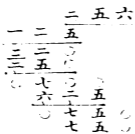
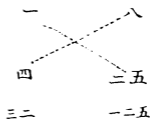
五

四

五-----六二五-----八

四-----一六〇-----二五

五共得八分丈之二十五為法用兩分
母兩分子各自歸除之法以法分母八
除實分母五得六二五為除出之分母
以法分子二五除實分子四得一六〇
為除出之分子乃以所得之分母除所
得之分子得二尺五寸六分即所求之
數也蓋法之三丈又八分丈之一乃三
丈一尺二寸五分也實之五分丈之四
乃八尺也以三丈一尺二寸五分歸除



或整數通為零分加入分子之後以法除實而數有奇零不盡者則用互乘代除之法如前數已將整數通為八分丈之二十五為法乃以實分母五乘法分子二十五得一百二十五為除出之分子又以法分母八乘實分子四得三百二為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子亦得二尺五寸六分蓋一百二十五分與一丈之比即同於三十

二分與二尺五寸六分之比也後法之
有奇零數而用互乘代除者皆同此例
零分歸除整數帶零分者先將整數通為零分加入
分子以法除之即得

設如有四丈又三分丈之二以七分丈之四除之求
得幾何

七 四

四丈三 二四
一四

法以實之分母三通四丈得十二加入
分子二得十四共得三分丈之十四為
實以七分丈之四為法用互乘代除之

七
四
二

三
一四
九八

八二八六二
一九九〇

法以實分母三乘法分子四得十二為
除出之分母以法分母七乘實分子一
十四得九十八為除出之分子乃以所
得之分母除所得之分子得八尺仍餘
二不盡命為十二分尺之二以法約之
為六分尺之一共得八尺零六分尺之
一即所求之數也蓋十二與一尺之比
即同於九十八與八尺有餘之比也此
零分除整數帶零分之法也

整數帶零分歸除整數帶零分者先各以整數通為零分加入分子而以法除實即得

設如有田五畝又三分畝之二共租銀五兩又二十七分兩之一求每畝得租銀幾何

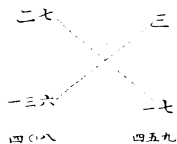
田五畝 三 二七

銀五兩

二七

一
三六

法以銀分母二十七通五兩得一百三十五加入分子一得一百三十六共得二十七分兩之一百三十六為實又以田分母三通五畝得十五加入分子二得十七共得三分畝之十七為法用互



八 二八
八 二八七
八九二 八七六
五八七 六四三
四二六 四三
四二

乘代除之法以銀分母二十七乘田分
子一十七得四百五十九為除出之分
母以田分母三乘銀分子一百三十六
得四百零八為除出之分子乃以所得
之分母除所得之分子得八錢八分八
釐零四百五十九分釐之四百零八即
每畝所租之銀數也蓋四五九與一兩
之比即同於四〇八與八錢八分八釐
有餘之比也此整數帶零分除整數帶

零分之法也

大零分下又帶小零分相除者其例有四

有大小分母俱同者

有大小分母俱不同者有大分母同而小分母不同者有大分母不同而小分母同者

今以一

法馭之總以小分母通大分母為母數又以小分母

通大分子加入小分子為子數然後以所變之子母

數用互乘代除之法歸之即得

如用子母各自對除亦得但恐數有奇零

故用此法

設如有甲八分丈之七又帶此一分之五分之三以

乙五分丈之二又帶此一分之四分之三除之求

得幾何

甲	八	四	小	五	三	乙	五	二	小	四
七	三	五	一	九	八	二	八	三	一	九

法以甲小分母五通大分母八得四十
仍以小分母五通大分子七得三十五
再加入小分子三得三十八共得四十
分丈之三十八為甲大小分所變之數
以之為實又以乙小分母四通大分母
五得二十仍以小分母四通大分子二
得八再加入小分子一得九共得二十
分丈之九為乙大小分所變之數以之

七六〇與二尺一寸一分一釐有餘之

比也此大零分下帶小零分相除之法

也

其分母分子俱同及分母同而分子不同分母不同而分子同者皆用此

例故不重設



御製數理精蘊下編卷二

總校官庶吉士臣張能照
校對官中官正臣郭長發

謄錄監生臣劉國永

繪圖監生臣周緯

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精蘊下編卷三

詳校官主事臣陳木

欽定四庫全書蒼要卷一萬八百二十六

子部

御製數理精蘊下編卷三

線部一

正比例

轉比例

合率比例

正比例帶分

轉比例帶分



比例

凡物彼此相形並之而用加較之而用減聚之而用乘散之而用除觀之不過兩率然乘除之間四率之理已默寓其中如因乘命法曰人幾何每人得物幾何求總物幾何則是每一人得物幾何與幾何人共得物幾何相比而成四率乃自小而得大者也如歸除命法曰有物幾何命幾何人分之每人得物幾何則是共人幾何共物幾何與每一人得物幾何相比而成四率乃自大而得小者也蓋因命數以一人為

法故乘與除各省其率耳是雖名為乘除而實為相比之四率也至於比例正法則所該甚廣大而推步七政天行測量高深廣遠小而量功命事度大移小無一非由比例而得蓋以兩數為比例用今有之數即可以得未有之數也比例之理雖分相連相當二種而相當比例之中實又兼相連比例相當比例一率比二率如三率比四率而相連比例首率比中率若中率比末率者即是中率為二率而又為三率也盡人皆知線有線之比例面有面之比例體有體之

比例殊不知差分盈朒方程借衰疊借之類正皆比例之屬也然此類中有合數之比例分數之比例均數之比例借數之比例非條分縷析各項專論則不備故仍舊各自為類而獨於比例中最切者詳明其理以例法焉其法一名異乘同除

或名為準測
或名為順單

以原

有之兩件相除故為同除以今有之一件乘之故為

異乘

如先乘而
後除亦同

而今則質言之曰正比例蓋以原有

之兩件為一率二率以今有之一件為三率而所求之一件則為四率也一名為同乘異除

或名為變測
或名為互視

或名為
逆單

以原有之兩件相乘故為同乘以今有之一
件除之故為異除而今則質言之曰轉比例蓋以原
有之兩件為二率三率以今有之一件為一率而所
求之一件則為四率也然論其乘除之名雖異究其
比例之理則一而已今以數明之如原有之兩數為
二與四今有之一數為八以原有之二作一率原有
之四作二率今有之八作三率即得今所求之四率
為十六而一率二與二率四之比即三率八與四率
十六之比為相當之比例也如原有之兩數為八與

四今有之一數為十六以原有之八作二率原有之
四作三率今有之十六作一率即得今所求之四率
為二而一率十六與二率八之比即三率四與四率
二之比或以一率十六與三率四之比即同於二率
八與四率二之比皆為相當之比例也總之乘除之
名有異同四率之列有更換而既成比例之後其理
無不歸於大同由此引伸觸類推而廣之有合幾四
率而為一四率者則名為同乘同除

或名為重測或
名為順較逆較

而今則質言之曰合率比例蓋其理亦不過合幾乘

而為一乘合幾除而為一除各按四率參互錯綜豈能出於比例之外哉凡此各種比例俱設數例於後以明立法之根加之解說以廣用法之意

正比例

設如有銀買米每米一石銀八錢今買米二百四十石問共該銀若干

法以米一石為一率銀八錢為二率今買米二百四十石為三率二三率相乘一率除之得四率一百九十二兩即共銀數也蓋一石與二百四十石為加二百四十倍而八錢與一百九十二兩亦為加二百四十倍

一率 一石

二率 八錢

三率 二百四十石

四率 一百九十二兩

為加二百四十倍

見幾何原本六卷第十五節

故一

一率 一石

二率 八錢

三率 二百四十石

四率 一百九十二兩

石與八錢之比即同於二百四十石與

一百九十二兩之比也此法一率是一
止用八錢乘二

百四十石亦得但為明正此例之理
故首設一二易法使人好推尋也

設如有銀買米每銀一兩買米一石三斗今有銀三

百二十兩問共買米若干

法以銀一兩為一率米一石三斗為二

率今銀三百二十兩為三率二三率相

乘一率除之得四率四百一十六石即

共米數也蓋一兩與一石三斗之比即

一率 一兩

二率 一石三斗

三率 三百二十兩

四率 四百一十六石

同於三百二十兩與四百一十六石之比也

設如有銀賞人每三人賞銀一兩八錢今有二百四十人問共該銀若干

一率 三人
二率 一兩八錢
三率 二百四十人
四率 一百四十四兩

法以三人為一率一兩八錢為二率今有二百四十人為三率二三率相乘一率除之得四率一百四十四兩即共銀數也蓋三人與一兩八錢之比即同於二百四十人與一百四十四兩之比也

設如有穀換米每穀一石四斗換米八斗四升今有穀三十二石六斗八升問換米若干

法以穀一石四斗為一率米八斗四升為二率今有穀三十二石六斗八升為三率二三率相乘一率除之得四率一十九石六斗零八合即所換共米數也蓋穀一石四斗與米八斗四升之比即同於穀三十二石六斗八升與米一十九石六斗零八合之比也

一率 穀一石四斗

二率 米八斗四升

三率 穀三十二石六斗八升

四率 米一十九石六斗零八合

設如天上二度當地面四百里今七度該里數若干

法以原有之二度為一率四百里為二

率今有之七度為三率二三率相乘一

率除之得四率一千四百里即七度之

里數也蓋一率二與二率四之比為加

一倍而三率七與四率十四之比亦為

加一倍故二率得一率中之幾分之幾

則四率亦得三率中之幾分之幾而為

相當比例四率也

一率 二度

二率 四百里

三率 七度

四率 一千四百里

設如一星一日内行一度三十分今問八刻內應行若干

法以原數一日變作九十六刻為一率

一度三十分變作九十分

一度作六十分加八十分

分共九十分

為二率今星行八刻為三率二

三率相乘一率除之得四率七分半即

八刻內所行之數蓋九十六刻與九十

分之比即同於八刻與七分半之比也

然將日變為刻者因每日九十六刻不

一率 九十六刻

二率 九十分

三率 八刻

四率 七分半

以十進位又今所有者為八刻故以刻數與刻數相比也度變為分者因每度六十分亦不以十進位而令八刻內所行者必為分故以分數與分數相比也設如驗時儀算砲聲自烟起至聞聲計七秒得五里今得十四秒問里數若干

一率 七秒

二率 五里

三率 十四秒

四率 十里

法以七秒為一率五里為二率今得十四秒為三率二三率相乘一率除之得四率十里即十四秒之里數也蓋七秒

與五里之比即同於十四秒與十里之比也

設如有羊四百六十隻共賣銀八十二兩八錢問每羊一隻價銀幾何

法以羊四百六十隻為一率銀八十二

兩八錢為二率羊一隻為三率推得四

率一錢八分即每羊一隻之價也

此法三率

一率 四百六十隻
二率 八十二兩八錢
三率 一隻
四率 一錢八分

是一止用羊四百六十隻歸除八十二兩八錢亦得但列四率法中不得不備

其一體也

設如有羊一羣共二百四十隻又生羔七十二隻問
加羊羣內十分之幾

一率 二百四十隻

二率 十分

三率 七十二隻

四率 三分

法以羊二百四十隻為一率十分為二
率今生羔七十二隻為三率推得四率
三分即為加羊羣內十分之三也蓋二
百四十與十分之比即同於七十二與
三分之比若將二百四十作十分每分
得二十四將羊羔七十二作三分每分
亦得二十四總而約之故為十分之三

也

設如有田科糧每三畝科糧八斗四升今有四千六百三十五畝問得糧若干

法以三畝為一率八斗四升為二率今有四千六百三十五畝為三率推得四率一千二百九十七石八斗即所得共糧數也蓋三畝與八斗四升之比即同於四千六百三十五畝與一千二百九十七石八斗之比也

一率 三畝

二率 八斗四升

三率 四千六百三十五畝

四率 一千二百九十七石八斗

十七石八斗之比也

設如用古量法豆區釜皆以四進有八十二豆當二十區有二十區當釜若干

一率	八十豆
二率	二十區
三率	二十區
四率	五釜

法以八十豆為一率二十區為二率又為三率推得四率五釜即二十區所當釜數也此正比例中相連比例法也蓋因二十區與二十區相乘得四百區而八十豆與五釜相乘亦得四百區二十區既為二率又為三率故謂相連比例是以八十豆與二十區之比即同於二

十區與五釜之比也

設如一商原有本銀三千兩一年得利銀九百兩今復將九百兩為本問一年得利若干

法以三千兩為一率九百兩為二率又為三率推得四率二百七十兩即九百兩所得之利也此法以九百兩為二率又為三率蓋三千兩與九百兩之比為三與九之比例而九百兩與二百七十兩之比亦為三與九之比例也

一率 三千兩

二率 九百兩

三率 九百兩

四率 二百七十兩

轉比例

設如有田一畝原闊八步長三十步今闊要十二步
問長得幾何

- 一率 今闊十二步
二率 原長三十步
三率 原闊八步
四率 今長二十步

法以今闊十二步為一率原長三十步
為二率原闊八步為三率二三率相乘
一率除之得四率二十步即今闊十二
步之長也此法以原有之兩數相乘以
今有之一數除之而得今所求之數者
因乘出兩數相同故也在正比例原有

一率 今闊十二步

二率 原長三十步

三率 原闊八步

四率 今長二十步

之兩件為一率二率今有之一件為三
率而今所求之一件為四率俱以原有
之一件與今有之一件相乘其積相同
在轉比例則原有之兩件為二率三率
今有之一件為一率而今所求之一件
為四率是原有之兩件相乘今有之兩
件相乘其積相同此兩法異同之故也
雖今闊比原闊多而今長却比原長少
故原有之闊八步與長三十步相乘得二百

四十步而今有之闊

十二步

與長

二十步相

乘亦得二百四十步其積既同是以轉
而比之自成比例蓋今闊比原闊多三
分之一今長比原長少三分之一其比

例相同

見樂何原本
七卷第三節

故今闊十二步與

一率 今闊十二步
二率 原長三十步
三率 原闊八步
四率 今長二十步

原闊八步之比即同於原長三十步與
今長二十步之比也若借正比例論之
以原闊八步為一率原長三十步為二
率今闊十二步為三率二三率相乘一

一率 今闊十二步

二率 原長三十步

三率 原闊八步

四率 今長二十步

率除之得四率四十五步則是今闊比
原闊多今長亦比原長多所容積數亦
多而與一畝之數不合矣故轉以今闊
十二步為一率原長三十步為二率原
闊八步為三率而得四率二十步是為
一率與三率之比同於二率與四率之
比也

設如有地寬二十丈長一百二十丈今換地寬三十
丈問長得幾何

一率	今寬三十丈
二率	原長一百二十丈
三率	原闊二十丈
四率	今長八十丈

法以今寬三十丈為一率原長一百二十丈為二率原寬二十丈為三率二三率相乘一率除之得八十丈即今寬三十丈之長也此法原有之寬與長相乘得二千四百丈今有之寬與長相乘亦得二千四百丈其積既同故轉而比之自成比例以今寬比原寬以原長比今長俱三與二之比例是以今寬三十丈與原寬二十丈之比即同於原長一百

二十丈與今長八十丈之比也

設如傭工開渠八人開之二十日完今加倍用十六人開之問得幾日完

一率 今十六人
二率 原二十日
三率 原八人
四率 今十日

法以今十六人為一率原二十日為二率原八人為三率二三率相乘一率除之得四率十日即十六人完工之日也此法因工少而用日多故加人使工多而用日少蓋今十六人與原八人之比即今之工加一倍而原二十日與今十

日之比則今所得之日亦必減一倍故
一率十六人與三率八人之比即同於
二率二十人與四率十日之比也

設如有地四百八十畝八人耕之十二日完今用六
人耕之問得幾日完

一率 今六人
二率 原十二日
三率 原八人
四率 今十六日

法以今六人為一率原十二日為二率
原八人為三率二三率相乘一率除之
得四率十六日即六人耕完之日也此
法人數日數不同而所耕之田則同為

一率 今六人

二率 原十二日

三率 原八人

四率 今十六日

四百八十畝而所用之工又同為九十
六故以八人論一日八工十二日則用
九十六工以六人論一日六工十六日
亦用九十六工也故轉用四率自成比
例以一率六人與三率八人之比即同
於二率十二日與四率十六日之比也

設如衆軍支米足用四年則每人每月支米三斗今
欲將四年之米足用十二年問每人每月應支幾
何

一率 今十二年
二率 原三斗
三率 原四年
四率 今一斗

法以今欲用十二年為一率原支米三斗為二率足用四年為三率二三率相乘一率除之得四率一斗即足用十二年每人每月應支之數也此法支米多則足用年數少今支米少則足用年數多蓋四年與十二年之比在年為加三分之二而三斗與一斗之比在米又為減三分之一其比例固同也

設如木星十二年一周天每年行三十度土星則二

十八年一周天問每年行幾度

一率 土周二十八年

二率 木每年行三十度

三率 木周十二年

四率 土每年行十二度餘

法以土星所行一周二十八年為一率
木星每年所行三十度為二率木星所
行一周十二年為三率二三率相乘一
率除之得四率十二度五十一分二十
五秒有餘即土星每年所行之度數也
蓋木星周天比土星年數少而行度却
多土星周天比木星年數多而行度却
少多得少而少反得多故轉而比之以

二十八年與十二年之比即同於三十度與十二度有餘之比也

設如一人借人之絹寬三尺長二十四丈今還絹寬四尺問長該若干

法以今絹寬四尺為一率原絹長二十四丈為二率原絹寬三尺為三率二三率相乘一率除之得四率十八丈即為今所還寬四尺絹之長也蓋原絹寬三尺長二十四丈相乘得七百二十尺今

一率 今寬四尺

二率 原長二十四丈

三率 原寬三尺

四率 今長二十八丈

一率 今寬四尺

二率 原長二十四丈

三率 原寬三尺

四率 今長二十八丈

絹寬四尺長十八丈相乘亦得七百二十尺因其積數相同故今絹寬四尺與原絹寬三尺之比即同於原絹長二十四丈與今絹長十八丈之比也

設如驗時儀墜子其繩長四尺四寸八分一釐二豪八絲四刻內來往共三千次今造一墜欲使來一秒往一秒問繩長若干

法以四刻化三千六百秒為今墜子往來次數自乘得一千二百九十六萬次

一率 全千二百九十六萬次

二率 原四尺四寸八分陸委綜

三率 原七百萬次

四率 全三尺寸二分

為一率原墜繩長四尺四寸八分一釐
二豪八絲為二率以原墜往來三千次
自乘得九百萬次為三率二三率相乘
一率除之得四率三尺一寸一分二釐
即今所求墜繩之長也夫以四刻化秒
者蓋以所求之墜子欲其來一秒往一
秒也故秒數即次數四刻所化之秒即
今墜子在四刻內往來之次數也其比
例以次數自乘者因墜子往來之際已

一半 今下言九萬次

二半 屬四十分度毫絲

三半 原竟萬次

四半 今六十分度

成平面形故以往來之方數相比為面
比面而原墜與今墜之長數相比為線
比線務使其類相當而後可以相比也
是以今墜往來次數自乘與原墜往來
次數自乘之比即同於原墜長數與今
墜長數之比也然原墜於四刻內往來
之次數少而墜却長今墜於四刻內往
來之次數多而墜却短故以今墜之往
來次數與原墜之往來次數為比即同

於原墜之長與今墜之長為比所以為
轉比例也

設如有正方池一面每邊十二丈今欲作寬八丈之
池使其池面積數與方池等問長得幾何

法以今池寬八丈為一率原池長十二
丈為二率原池寬十二丈為三率推得
四率十八丈即今欲作池之長也此轉
比例中相連比例法也蓋原池方面每
邊十二丈其積一百四十四丈即二率

一率 今寬八丈

二率 原長十二丈

三率 原寬十二丈

四率 今長十八丈

一率 今寬八丈

二率 原長十二丈

三率 原寬十二丈

四率 今長十八丈

設如原用金九兩係九成今用八成金折還當加幾兩

三率相乘之數今所得四率長十八丈與一率寬八丈相乘亦得一百四十四丈兩數相等故以一率今池寬八丈與三率原池寬十二丈之比即同於二率原池長十二丈與四率今池長十八丈之比也

法以今金八成為一率原金九兩為二

一率 今八成

二率 原九兩

三率 原九成

四率 今十兩零一錢二分五釐

率原金九成為三率推得四率十兩零

一錢二分五釐內減九兩餘一兩一錢

二分五釐即八成金當加之數也此法

二率三率為體雖不同而數則一故亦

為相連比例蓋以原金九兩又係九成

相乘得十成金八兩一錢以今之八成

與所得十兩零一錢二分五釐相乘亦

得十成金八兩一錢是八成與九成之

比即同於九兩與十兩零一錢二分五

整厘之比也

合率比例

設如以夏布換棉布但知每夏布三丈價銀二錢每
棉布七丈價銀七錢五分今有夏布四十五丈問
換棉布若干

一率 二兩錢五分
二率 一兩四錢
總
三率 夏布四十五丈
四率 棉布四十八丈

法以夏布三丈與棉布價銀七錢五分
相乘得二兩二錢五分為一率夏布價
銀二錢與棉布七丈相乘得一兩四錢
為二率夏布四十五丈為三率推得四
率二十八丈即夏布四十五丈所換之

一率 夏布三丈

二率 銀二錢

一 三率 夏布四十五丈

四率 銀三兩

一率 銀七錢五分

二率 棉布七丈

二 三率 銀三兩

四率 棉布二十八丈

棉布數也此法乃兩比例合為一比例也如分作兩比例明之每夏布三丈價銀二錢今夏布四十五丈則價銀應得三兩此一比例也棉布價銀七錢五分得棉布七丈今夏布四十五丈之價三兩則應得棉布二十八丈此又一比例也夫銀三兩原為夏布四十五丈之價則夏布四十五丈所換之棉布二十八丈價銀亦應三兩可知矣蓋兩比例中

一率 二兩二錢五分

二率 一兩四錢

總
三率 夏布四十五丈

四率 柿布二十八丈

一以三丈作一率一以七錢五分作一

率故三丈與七錢五分相乘得二兩二

錢五分而為一率是合兩一率而為一

一率也一以二錢作二率一以七丈作

二率故二錢與七丈相乘得一兩四錢

而為二率是合兩二率而為一二率也

而後比例之三率即此比例之四率如

以兩三率相乘為三率則所得四率亦

為兩四率相乘之數必須以前比例之

四率除之方得後比例之四率故即以
夏布之四十五丈為三率而得棉布之
二十八丈為四率也

設如以芝麻換黃米但知每芝麻三石換菜豆五石
每菜豆四石換黃米三石今有芝麻五十四石問
換黃米若干

一率 十二石

二率 十五石

三率 芝麻五十四石

四率 黃米六十七石五斗

法以芝麻三石與菜豆四石相乘得十
二石為一率又以菜豆五石與黃米三
石相乘得十五石為二率芝麻五十四

一率 芝麻三石

二率 菜豆五石

三率 芝麻五十四石

四率 菜豆九十石

一率 菜豆四石

二率 黃米三石

三率 菜豆九十石

四率 黃米六十七石五斗

石為三率推得四率六十七石五斗即

芝麻五十四石所換之黃米數也此法

亦兩比例合為一比例也如分作兩比

例明之每芝麻三石換菜豆五石則芝

麻五十四石必換菜豆九十石此一比

例也菜豆四石換黃米三石則菜豆九

十石必換黃米六十七石五斗此又一

比例也夫菜豆九十石原為芝麻五十

四石所換則菜豆九十石所換之黃米

即芝麻五十四石所換之黃米可知矣
蓋以兩比例之各一率相乘為一率兩
比例之各二率相乘為二率者即合兩
次乘除為一次乘除也

設如養兵七百名每年額餉一萬二千六百兩內有
新著伍兵三百名已應役七個月間該餉銀若干

一率 八千四百

二率 一萬二千六百兩

總

三率 二千一百

四率 三千一百五十兩

法以原養兵七百名與十二個月相乘
得八千四百為一率額餉一萬二千六
百兩為二率新兵三百名與七個月相

一率 七百兵

二率 一萬二千六百兩

三率 三百兵

四率 五千四百兩

一率 十二箇月

二率 五千四百兩

三率 七箇月

四率 三千一百五十兩

乘得二千一百為三率推得四率三千

一百五十兩即兵三百名七個月應得

之餉銀數也此法亦兩比例合為一比

例也如分作兩比例明之兵七百名得

一萬二千六百兩則兵三百名應得五

千四百兩

乃兵三百名十二個月應得之數

此一比例

也兵三百名十二個月應得五千四百

兩則七個月應得三千一百五十兩此

又一比例也今以兩比例之各一率相

乘為一率兩比例之各三率相乘為三
率者亦得兩比例之各一率二率相乘
合為一一率二率也

設如原有鶩八隻換雞二十隻又雞三十隻換鴨九
十隻又鴨六十隻換羊二隻今有羊五隻問換鶩
幾何

一率 三千六百隻

二率 一萬四千四百隻

總
三率 羊五隻

四率 幾何二十隻

法以所換羊二隻與所換鴨九十隻相
乘得一百八十隻再以所換雞二十隻
乘之得三千六百隻為一率又以原鴨

一率 羊二隻

二率 鴨六十隻

三率 羊五隻

四率 鴨一百五十隻

一率 鴨九十隻

二率 鷄三十隻

三率 鴨一百五十隻

四率 鷄五十隻

六十隻與原雞三十隻相乘得一千八百隻又以原鷄八隻乘之得一萬四千四百隻為二率今羊五隻為三率推得四率二十隻即羊五隻所換之鷄數也此法乃三比例合為一比例也如分作三比例明之羊二隻換鴨六十隻則羊五隻必換鴨一百五十隻此一比例也鴨九十隻換雞三十隻則鴨一百五十隻必換雞五十隻此二比例也雞二十

一率 鷄二十隻

二率 鷄八隻

三 鷄五十隻

四率 鷄二十隻

隻換鷄八隻則雞五十隻必換鷄二十隻此三比例也夫雞五十隻原為鴨一百五十隻之所換而鴨一百五十隻又原為羊五隻之所換則雞五十隻所換之鷄二十隻即為羊五隻之所換可知矣今以三比例之各一率連乘之為一率又以三比例之各二率連乘之為二率者正合三比例為一比例也

設如原有菽三斗換黍二斗又黍四斗換稷三斗又

稷五斗換稻四斗又稻六斗換麥五斗今有麥七斗問換菽幾何

法以所換麥五斗與所換稻四斗相乘得二石復以所換稷三斗乘之得六石再以所換黍二斗乘之得一十二石為一率又以原有稻六斗與原有稷五斗相乘得三石復以原有黍四斗乘之得一十二石再以原有菽三斗乘之得三十六石為二率今有麥七斗為三率推

一率 一十二石

二率 三十六石

三率 麥七斗

四率 菽二石二斗

一率 麥五斗

二率 稻六斗

三率 麥七斗

四率 稻八斗四升

一率 稻四斗

二率 稷五斗

三率 稻八斗四升

四率 稷一石零五升

得四率二石一斗即麥七斗所換之菽
數也此合四比例為一比例也如分作
四比例明之麥五斗換稻六斗則麥七
斗必換稻八斗四升此一比例也稻四
斗換稷五斗則稻八斗四升必換稷一
石零五升此二比例也稷三斗換黍四
斗則稷一石零五升必換黍一石四斗
此三比例也黍二斗換菽三斗則黍一
石四斗必換菽二石一斗此四比例也

一率 稷三斗

二率 黍四斗

三率 稷一石零五升

四率 黍一石四斗

一率 黍二斗

二率 菽三斗

三率 黍一石四斗

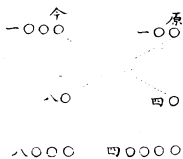
四率 菽二石一斗

夫黍一石四斗原為稷一石零五升之所換而稷一石零五升又為稻八斗四升之所換而稻八斗四升又為麥七斗之所換則黍一石四斗所換之菽二石一斗即為麥七斗之所換可知矣今以四比例之各一率連乘之為一率又以四比例之各二率連乘之為二率者正合四比例為一比例也

設如原有工人一百開河四十丈二十日工完今有

工人一千開河八十丈問得日數幾何

法以今有工人一千與原開河四十丈相乘得四萬丈為一率二十日為二率以原有工人一百與今開河八十丈相乘得八千丈為三率推得四率四日即一千人開河八十丈之日數也此法以原有今有兩數互乘以比例者所以齊其分也試將兩首位一千工與一百工互乘得十萬工然後互乘丈數原有一



一率 四萬丈

二率 二十日

三率 八千人

四率 四日

總

邊得四萬丈今有一邊得八千丈是原

一百工開四十丈則十萬工開四萬丈

其比例相同今一千工開八十丈則十

萬工開八千丈其比例亦同也因兩工

數相同故以四萬丈與二十日之比即

同於八千丈與四日之比蓋原有十萬

工開河四萬丈二十日可完今亦有十

萬工開河八千丈則四日可完為比例

四率也然此法實係兩比例合為一比

一率 令一千工

二率 原二十日

三率 原一百工

四率 令二十日

一率 原四十丈

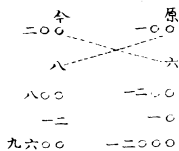
二率 原二日

三率 令八十丈

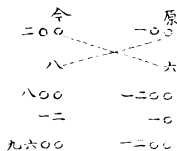
四率 令四日

例也如分作兩比例明之則先以人工為比例原一百工開二十日令一千工即應開二日為令一千工開河四十丈之日數此一轉比例也次用丈數為比例原四十丈應開二日令八十丈則應開四日為令一千工開河八十丈之日數此一正比例也法以兩比例之一率相乘為一率兩比例之三率相乘為三率者正合兩比例為一比例也

設如原有書一百篇六人寫之十日完每篇三百字
 今有書二百篇八人寫之十二日完問每篇得字
 若干



法以今有二百篇與原有六人相乘得
 一千二百又以原有十日乘之得一萬
 二千為一率每篇三百字為二率以原
 有一百篇與今有八人相乘得八百又
 以今有十二日乘之得九千六百為三
 率推得四率二百四十字即今八人寫



一率 一萬二千工
二率 三百字
三率 九千六百工
四率 二百四十字
總

十二日每篇之字數也試將兩首位一百篇與二百篇互乘得二萬篇然後互乘人工與日原有一邊得一萬二千工今有一邊得九千六百工蓋原有二萬篇用一萬二千工每篇三百字今亦有二萬篇用九千六百工其每篇必二百四十字為比例四率也然此法實係三比例合為一比例也如分作三比例明之則先以篇數為比例原一百篇每篇

一率 今二百篇

二率 原三百字

三率 原一百篇

四率 今一百五十字

一率 原六人

二率 原二百五十字

三率 今八人

四率 今二百字

一率 原十日

二率 原二百字

三率 今十二日

四率 今二百四十字

三百字今勻為二百篇則每篇只應一

百五十字此一轉比例也然人數不同

故次以人數為比例原六人寫之每篇

應一百五十字今八人寫之則每篇應

二百字此一正比例也然日數又不同

故次以日數為比例原寫十日每篇應

二百字今寫十二日則每篇應二百四

十字此又一正比例也法以三比例之

各一率連乘之為一率三比例之各三

率連乘之為三率者正合三比例為一比例也

設如原雇人寫書每篇六百字八人寫二十日得一百二十篇今寫書每篇四百五十字却用十二人寫三十日問得篇數幾何

今	原
四五〇	六〇〇
二	八
七二〇〇	三六〇〇
三〇	二〇
二一六〇〇〇	七二〇〇〇

法以今有四百五十字與原有八人相乘得三千六百又以原有二十日乘之得七萬二千為一率一百二十篇為二率以原有六百字與今有十二人相乘

一率 七萬二千工
二率 一百二十篇
三率 二十一萬六千工
四率 三百六十篇

總

得七千二百又以今有三十日乘之得

二十一萬六千為三率推得四率三百

六十篇即令十二人寫三十日之篇數

也試將兩首位六百字與四百五十字

互乘得二十七萬字然後互乘人工與

日原有一邊得七萬二千工今有一邊

得二十一萬六千工蓋原有一邊二十

七萬字用七萬二千工得一百二十篇

今一邊亦二十七萬字用二十一萬六

一率 今四百五十字

二率 原一百二十篇

三率 原六百字

四率 今二百卒篇

一率 原八人

二率 原一百六十篇

三率 今十二人

四率 今二百四十篇

千工則得三百六十篇為比例四率也
然此法亦係三比例合為一比例也如
分作三比例明之則先以字數為比例
原每篇六百字為一百二十篇今每篇
四百五十字則必勻為一百六十篇此
一轉比例也然人數不同故次以人數
為比例原八人寫之應得一百六十篇
今十二人寫之則應得二百四十篇此
一正比例也然日數又不同故次以日

數為比例原寫二十日應得二百四十

篇今寫三十日則應得三百六十篇此

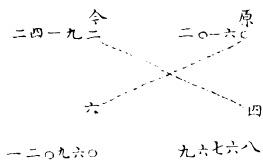
又一正比例也法以三比例之各一率

連乘之為一率三比例之各三率連乘

之為三率者正合三比例為一比例也

一率 原二十日
二率 原二百四十篇
三 三率 今三十日
四率 今三百六十篇

設如海船內原有甜水二萬零一百六十斤每人每日用二斤足用四個月今又添四千零三十二斤合前數共二萬四千一百九十二斤欲用六個月問每日每人應用幾何



法以原有二萬零一百六十斤與今六個月相乘得一十二萬零九百六十個月為一率每人每日用水二斤通為三十二兩為二率以今有二萬四千一百九十二斤與原四個月相乘得九萬六千七百六十八個月為三率推得四率二十五兩六錢即今每人每日應用之數也試將兩首位數互乘得四億八千七百七十一萬零七百斤然後互乘月

一率 今五萬零九百六十月

二率 原三十一兩

三率 原萬七千七百六十八月

四率 今二十五兩六錢

總

數原有一邊得九萬六千七百六十八

個月今有一邊得一十二萬零九百六

十個月蓋原有水四億八千七百七十

一萬零七百斤足用九萬六千七百六

十八個月每人得三十二兩今有水亦

四億八千七百七十一萬零七百斤欲

用十二萬零九百六十個月則每人得

二十五兩六錢為轉比例四率也然此

法亦係兩比例合為一比例也如分作

一率 原萬零百零兩

二率 原三十二兩

三率 今萬四千一百九十二兩

四率 今三十八兩四錢

一率 今六個月

二率 原三十八兩四錢

三率 原四個月

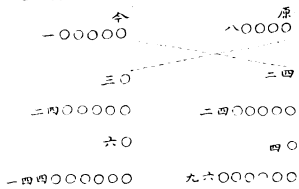
四率 今十五兩六錢

兩比例明之則先以水數為比例原有
水二萬零一百六十斤每人每日用三
十二兩今水二萬四千一百九十二斤
則每人每日應用三十八兩四錢此一
正比例也然月數不同故次以月數為
比例原用四個月每日應用三十八兩
四錢今欲用六個月則每日應用二十
五兩六錢此一轉比例也法以兩一率
相乘為一率兩三率相乘為三率者正

合兩比例為一比例也

設如原有米八萬石用車二十四輛日行四十里二十日運完今有米十萬石用車三十輛日行六十里問運完日數幾何

法以原有八萬石與今用車三十輛相乘得二百四十萬輛又以今行六十里乘之得一億四千四百萬里為一率二十日為二率以今有十萬石與原用車二十四輛相乘亦得二百四十萬輛又



一率 今德四千四百萬里
 二率 原二十日
 三率 原九千六百萬里
 總 四率 今上日又三分日之一

以原行四十里乘之得九千六百萬里
 為三率推得四率十三日又三分日之
 一即今米十萬石運完之日數也試將
 兩首位數互乘得八十億石然後互乘
 車數里數原有一邊得九千六百萬里
 今有一邊得一億四千四百萬里蓋原
 有米八十億石用車二百四十萬輛行
 九千六百萬里得二十日運完今有米
 亦八十億石亦用車二百四十萬輛行

一率 原八萬石

二率 原二十日

三率 今十萬石

四率 今二十五日

一率 今三十車

二率 原二十五日

三率 原二十四車

四率 今二十日

一億四千四百萬里故十三日又三分

日之一運完為轉比例四率也然此法

亦係三比例合為一比例也如分作三

比例明之則先以米數為比例原米八

萬石運二十日今米十萬石則應運二

十五日此一正比例也然車數不同故

次以車數為比例原車二十四輛應運

二十五日今車三十輛則應運二十日

此一轉比例也然日行里數又不同故

一率 今六十里

二率 原二十日

三

三率 原四十里

四率 今十言又三分日之一

次以里數為比例原行四十里應運二十日今行六十里則應運十三日又三分日之一此一轉比例也法以三比例之各一率連乘之為一率三比例之各三率連乘之為三率者正合三比例為一比例也

設如原有麥子一萬二千石車十二輛每車載三石日行八十里四十日運完今有麥三萬石車十六輛每車載四石日行六十里問運完日數幾何

原

三二

三

八

〇〇〇〇

三二〇〇〇

三六〇〇〇〇

一八〇〇〇〇

八六四〇〇〇〇

今

一六

四

六

〇〇〇〇

三〇〇

一九二〇〇

七六八〇〇

四六〇八〇〇〇〇

一率

今四千六百零八萬里

二率

原四十日

三率

原八千六百四十萬里

四率

今七十五日

法以原有麥子一萬二千石與今車十

六輛相乘得一十九萬二千輛又以今

每車載麥四石乘之得七十六萬八千

石又以今行六十里乘之得四千六百

零八萬里為一率四十日為二率以今

有麥子三萬石與原有車十二輛相乘

得三十六萬輛又以原每車載麥三石

乘之得一百零八萬石又以原行八十

里乘之得八千六百四十萬里為三率

三	全	原
一九二〇〇〇	一六	二
七六八〇〇〇	四	三
	六	八
四六〇八〇〇〇〇		八六四

總
 一率 今四千六百零八萬里
 二率 原四十日
 三率 原今六百四十七萬里
 四率 今七十五日

推得四率七十五日即今麥三萬石運完之日數也試將兩首位數互乘得三億六千萬石然後互乘車數石數里數原有一邊得八千六百四十萬里今有一邊得四千六百零八萬里蓋原有麥三億六千萬石用車三十六萬輛載一百零八萬石行八千六百四十萬里得四十日運完今有麥亦三億六千萬石用車一十九萬二千輛載七十六萬八

一率 原萬二千石

二率 原四十日

一
三率 今三萬石

四率 今一百日

一率 今十六車

二率 原一百日

二
三率 原十二車

四率 今七十五日

千石行四千六百零八萬里得七十五日運完為轉比例四率也然此法係四比例合為一比例也如分作四比例明之則先以麥數為比例原麥一萬二千石運四十日今麥三萬石則應運一百日此一正比例也然車數不同故次以車數為比例原車十二輛應運一百日今車十六輛則應運七十五日此一轉比例也然每車所載石數不同故次以

一率 今四石

二率 原七十五日

三率 原三石

四率 今五十六日二五

一率 今六十里

二率 原五十六日二五

三率 原八十里

四率 今七十五日

石數為比例原每車載三石應運七十

五日今每車載四石則應運五十六日

二五即四分此又一轉比例也然日行

里數又不同故次以里數為比例原日

行八十里應運五十六日二五今日行

六十里則應運七十五日此又一轉比

例也法以四比例之各一率連乘之為

一率四比例之各三率連乘之為三率

者正合四比例為一比例也

正比例帶分

設如有銀買米每米一石價銀八錢四分今買米三分石之二問該銀若干

法以米一石用分母三通為三分為一
率銀八錢四分為二率分子二分為三
率二三率相乘一率除之得四率五錢
六分即銀數也蓋米一石通為三分以
三分與八錢四分之比即同於二分與
五錢六分之比皆為三分之二之比例

一率 三分

二率 八錢四分

三率 二分

四率 五錢六分

也

設如有人行路行過五分之二係八十里問總里數幾何

一率 二分
二率 五分
三率 八十里
四率 二百里

法以分子二分為一率分母五分為二率行過八十里為三率二三率相乘一率除之得四率二百里即總里數也蓋總里數之五分之二為八十里以二分與五分之比即同於八十里與二百里之比皆為五分之二之比例也

設如有銀買米每米三分石之二價銀七分兩之五
今買米四分石之三問該銀若干

一率 三分石之二

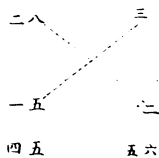
二率 七分兩之五

三率 四分石之三

四率 五十六分兩之四十五

七
二八
四
五
一五
三

法以三分石之二為一率七分兩之五
為二率四分石之三為三率用通分乘
法以二率分母七與三率分母四相乘
得二十八為乘出之分母又以二率分
子五與三率分子三相乘得一十五為
乘出之分子是為二十八分之十五為
二率三率相乘之數以一率三分石之



一率 五十六分
二率 一兩
三率 四十五分
四率 八錢又二十八分錢之二

二除之因分母除不盡乃用通分互乘代除之法除之以乘出之分母二十八與一率之分子二相乘得五十六為除出之分母又以一率之分母三與乘出之分子十五相乘得四十五為除出之分子即得四率五十六分兩之四十五為所求之數也如求真數則變零分為兩以分母五十六為一率一兩為二率分子四十五為三率推得四率八錢餘

二不盡命為五十六分錢之二約為二
十八分錢之一即所求之真數也

設如有銀買蠟每銀二兩六錢買蠟十斤零五分斤
之二又七兩零二分兩之一今有銀九錢問買蠟
幾何

一率 二兩六錢

二率 一百七十三兩九錢

三率 九錢

四率 六十兩零一錢九分

法以銀二兩六錢為一率以蠟十斤通
為一百六十兩又五分斤之二通為六
兩四錢又七兩零二分兩之一通為七
兩五錢共得一百七十三兩九錢為二

一率 一兩六錢

二率 一百七十三兩九錢

三率 九錢

四率 六兩零一錢九分

設如有銀買羽絨每三分丈之一價銀四分兩之三
今欲買八分丈之七問該銀若干

率今有銀九錢為三率推得四率六十
兩零一錢九分收為三斤零十二兩一
錢九分即所求之蠟數也此法雖有零
分而分兩實可相通故各相通以為比
例四率也

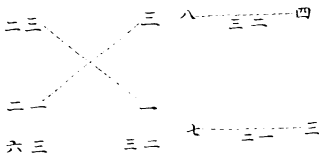
法以原羽絨三分丈之一為一率原銀
四分兩之三為二率今羽絨八分丈之

一率 三分丈之一

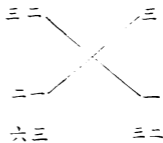
二率 四分兩之三

三率 八分丈之七

四率 一兩又三十二分兩之三十二



七為三率用通分乘法以二率分母四
與三率分母八相乘得三十二為乘出
之分母又以二率分子三與三率分子
七相乘得二十一為乘出之分子是為
三十二分之二十一為二率三率相乘
之數乃以一率三分丈之一除之因分
母除不盡乃用通分互乘代除之法除
之以乘出之分母三十二與一率之分
子一相乘仍得三十二為除出之分母



一率 三十二分

二率 一兩

三率 三十一分

四率 九錢六分錢七毫五絲

又以一率之分母三與乘出之分子二
十一相乘得六十三為除出之分子即
得四率三十二分兩之六十三為所求
之數也滿分母三十二分收為一兩餘
三十一六十三分內減去三十二分仍餘三十一為一兩又
三十二分兩之三十一如求真數則以
分母三十二為一率一兩為二率分子
三十一為三率推得四率九錢六分八
釐七豪五絲與整數一兩相加得一兩

九錢六分八釐七豪五絲即真數也

設如有銀買緞每緞二疋共價八兩又五分兩之四
今欲買三十六疋問共價若干

法以二疋為一率共價八兩用分母五
通為四十分加分子四得四十四分為
二率今買三十六疋為三率推得四率
七百九十二分以每分母五分收為一
兩得一百五十八兩又五分兩之二

一率 二疋

二率 四十四分

三率 三十六疋

四率 七百九十二分

分為一率一兩為二率七百九十二分
為三率推得四率一百五十八兩餘二

一率五分

二率一兩

三率七百九十二分

四率一百五十八兩五分之二

一率二足

二率八兩八錢

三率三十六足

四率一百五十八兩四錢

分即命為五 即所求之數也如以五分

兩之二收為四錢五分為一兩則 則得

一百五十八兩四錢即緞三十六足之

共價也如以子母分變為真數求之二

足共價八兩又五分兩之四則五分為

一兩四分為八錢是二足共價為八兩

八錢即以二足為一率八兩八錢為二

率三十六足為三率亦得四率一百五

十八兩四錢為緞三十六足之共價也

轉比例帶分

設如一案長九尺寬一尺六寸今欲將原長減三分之一其面積仍與原案等問寬幾何

法以原長九尺用分母三歸之得每分三尺於原長九尺內減去三分之一三尺餘六尺為今長為一率原寬一尺六寸為二率原長九尺為三率二三率相乘一率除之得四率二尺四寸即今所求之寬也此法因分母三可以度盡原長

一率 今長六尺

二率 原寬一尺六寸

三率 原長九尺

四率 今寬二尺四寸

故變今長為真數與他率為比例也

設如營造原每日用五十六人歷一月又九分月之
三可以完工今每日用六十四人問完工之日得
幾何

法以今用六十四人為一率以分母九
通一月為九分加入分子三共為九分
月之十二為二率原用五十六人為三
率推得四率九分月之十分半滿分母
四率今九分月之十分五

一率 今六十四人

二率 原九分月之十二

三率 原五十六人

四率 今九分月之十分五

九分收為一月餘一分半

十分半內減去九分餘一

分約為六分月之一即得一月又六分
半月之一為今用六十四人完工之日也
蓋六十四人與一月又九分月之三之
比即同於五十六人與一月又六分月
之一之比也

設如原有一門簾用綾一丈二尺其綾寬一尺五寸
今欲作一新簾其綾比原綾寬七分尺之三問應
用長數幾何

法以原寬一尺五寸用分母七通為十

一率 今寬十三分五

二率 原長丈二尺

三率 原寬十分五

四率 今長九尺又三分尺之二

分半加入分子三得今寬一十三分半
為一率原長一丈二尺為二率原寬十
分半為三率推得四率九尺又一百三
十五分尺之四十五約為三分尺之一
即得九尺又三分尺之一為今應用之
長數也蓋今寬十三分半與原寬十分
半之比即同於原長一丈二尺與今長
九尺又三分尺之一之比也

設如城守兵一營其糧可支一年又七分年之二今

汰去三分之一問應支年數幾何

法先以年分母七通一年為七分加入

分子二得七分年之九又以兵分子一

減分母三得二為三分之二為現存兵

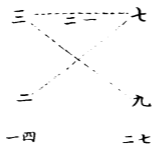
數法去三分之一則因兩分母不同故

用互乘以齊之以兩分母三七相乘得

二十一為共母分即原兵分以年分母

七互乘兵分子二得十四為今存兵分

以兵分母三互乘年分子九得二十七



一率 今年兵四分

二率 原年數二十七分

三率 原兵三十一分

四率 今年數四十分五

為原年分即以所通今存兵十四分為

一率原年數二十七分為二率原兵二

十一分為三率推得四率二十一為年

之四十分半滿分母二十一為收為一

年餘十九分半

四十分半內減二十一分餘十九分半

約

為七分年之六分半即得一年又七分

年之六分半為今應支之年數也蓋今

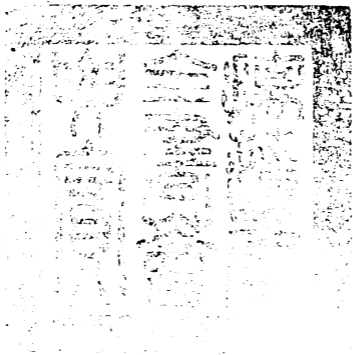
存兵比原兵少三分之一則支糧年數

必多三分之一故今存兵十四分與原

兵二十一之比即同於原年數二十
七分與今年數四十分半之比也



御製數理精蘊下編卷三



總校官庶吉士臣張能照
校對官中官正臣郭長發
謄錄監生臣劉國永
繪圖監生臣周緯